ԲԱԺԻՆ 5. ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐ

Բաժնի բովանդակությունը

⇒ Նմուշային միջին թվաբանականի բաշխումը,
⇒ Վիճակագրական գնահատականներ,
⇒ Վստահության միջակայք,
⇒ Վարկածների ստուգում,
⇒ Վստահության գործակից,
⇒ Չշեղված, արդյունավետ և ունակ վիճականի,
⇒ Նմուշի ծավալի որոշում,
⇒ Վարկածների ստուգում,
⇒ I և II սեռի սխալներ,
⇒ Համամասնական նմուշահանում:

ՄՈՒՏՔ

Վիճակագրական վերլուծությունն օգտագործվում է տարբեր նպատակներով: Մասնավորապես տարբերակում են **նկարագրական** (descriptive) վերլուծություն և **արտածում** (inferential)՝ եզրակացություն անելու նպատակով կատարվող վերլուծություն: Տվյալների որոշակի հատկություններ բնութագրելու համար նկարագրական վիճակագրության միջոցով որոշվում են դրանց տարբեր վիճակագրական ցուցանիշներ՝ միջին, մոդ, միջնաթիվ, ցրվածք և այլն: Նկարագրական վիճակագրությանը վերաբերող հարցերը մենք քննարկեցինք 3-րդ բաժնում:

Այս բաժնում մենք կդիտարկենք վիճակագրական արտածումը, որն օգտագործվում է համախմբի պարամետրերի գնահատման (estimation) և վարկածների ստուգման (hipothesis testing) համար:

Վիճակագրական գնահատումը օգտագործվում է այն դեպքում, երբ համախմբի ցուցանիշի արժեքը նախապես հայտնի չէ: Այս դեպքում համախմբի իրական պարամետրերի որոշակի ճշտությամբ գնահատման համար անում են **կետային գնահատական** (point estimation): Կետային գնահատականների օրինակներ են նմուշի միջոցով համախմբի պարամետրերի՝ միջինի, ցրվածքի, մոդի և այլնի համար ստացված գնահատականները: Կետային գնահատականը, հատկապես, երբ նմուշի ծավալը փոքր է, կարող է զգալիորեն տարբերվել գնահատվող պարամետրից, հետևաբար այն պարունակում է **գնահատման սխալ** (estimation error): Այդպիսի դեպքերում օգտվում են **վստահության միջակայքի** (confidence interval) գնահատականից: Այդ դեպքում նմուշի օգնությամբ կառուցվում է միջակայք, որին տրված հավանականությամբ, որը ցույց է տալիս մեր վստահության աստիճանը ստացված կետային գնահատականի նկատմամբ, պատկանում է համախմբի պարամետրը:

Եթե վիճակագրական վերլուծության ժամանակ հնարավորություն կա դիտարկել համախմբի բոլոր տարրերը, այսինքն համախմբի վերաբերյալ հայտնի է լիարժեք տեղեկատվություն, օրինակ, հայտնի են համախմբի բոլոր տարրերը, ապա դրանց հաշվառմամբ ստացված վիճակագրական ցուցանիշը՝ համախմբի **իրական ցուցանիշն** է: Նման դեպքում համախմբի պարամետրի որևէ գնահատման կամ ստուգման կարիքը չկա: Սակայն գործնականում հազվադեպ ենք ունենում հնարավորություն դիտարկելու համախմբի բոլոր տարրերը:

Սովորաբար գործ ունենք որոշակի ծավալի նմուշի հետ և չենք կարող վստահ լինել, որ նմուշի ցուցանիշը համընկնում է համախմբի իրական ցուցանիշի հետ: Նման դեպքում համախմբի իրական ցուցանիշի գնահատման համար օգտվում են նմուշի տվյալներից:

Եզրակացություններ ստանալու վիճակագրությունը օգտագործվում է հետևյալ երկու տեսակի վերլուծությունների կատարման համար՝ գնահատում (estimation) և վարկածների ստուգում (hypothesis testing): Գնահատումը հարմար է օգտագործել այն դեպքերում, երբ համախմբի ցուցանիշների արժեքները նախապես հայտնի չեն: Այս դեպքում համախմբի իրական պարամետրերի որոշակի ճշտությամբ գնահատման համար կառուցվում են համապատասխան վստահության միջակայքերը:

Եթե մեզ վաղօրոք հայտնի է համախմբի պարամետրը բնութագրող տեղեկատվությունը, ապա կարելի է ձևակերպել որոշակի վարկած և ստուգել նրա ճշմարտությունը: Օրինակ՝ կարելի է ստուգել համախմբի պարամետրի արժեքի որոշակի միջակայքում գտնվելու մասին վարկածը:

Նմուշի վիճակագրական ցուցանիշի բաշխման օրենքի՝ **նմուշային բաշխման** որոշման համար օգտվում են նմուշահանման եղանակներից: Տարբերում են նմուշահանման երկու եղանակ՝ պատահական և ոչ պատահական: Պատահական եղանակի դեպքում համախմբի բոլոր տարրերը ունեն նմուշի մեջ ընդգրկվելու հավասար հնարավորություն: Պատահական նմուշահանման եղանակների մեկնաբանման համար դիտարկենք պարկից խաղաքարերի հանելու գործընթացը:

Դիցուք՝ պարկից յուրաքանչյուր խաղաքար հանելուց և համարի գրանցումից հետո այն նորից վերադարձվում է պարկ: Հասկանալի է, որ այս խաղաքարը վերախաղարկման ժամանակ կարող է կրկին հանվել: Խաղաքարի վիճակահանման այս տարբերակը հայտնի է որպես **դարձով պատահական նմուշահանում** և հաճախ է օգտագործվում որպես մեծ կամ անվերջ համախմբերից նմուշահանման մոդել: Իսկ այն դեպքում, երբ հանված խաղաքարը պարկ չի վերադարձվում անվանում են **անդարձ պատահական նմուշահանում:**

Օրինակ, դարձով պատահական ընտրահանման եղանակը կարող է օգտագործվել հետևյալ վիճակագրական խնդրում: Դիցուք՝ արկղում կա 100 տուփ թխվածք և անհրաժեշտ է ստանալ 20 տուփերից կազմված 5 ընտրներ ու յուրաքանչյուր ընտրի համար հաշվել որևէ ցուցանիշ՝ օրինակ, մեկ տուփի միջին քաշը: Պարզ է, որ տարբեր ընտրների միջինները կտարբերվեն միմյանցից, սակայն նրանք բոլորը կենտրոնացված կլինեն համախմբի իրական միջինի շուրջը՝ մի մասը կլինի նրանից մեծ, իսկ մյուսը՝ փոքր կամ հավասար: Քանի որ ըստ ենթադրության ընտրները ընտրվում են պատահականորեն, ապա ընտրների ցուցանիշները նույնպես կլինեն պատահական մեծություններ: Բազմակի ընտրահանումները թույլ կտան ստանալ ընտրային ցուցանիշի, դիտարկվող դեպքում միջին քաշի բաշխումը: Այս բաշխումը կոչվում է **վիճակագրական ցուցանիշի ընտրային բաշխում**: Ցուցանիշի ընտրային բաշխումը թույլ է տալիս եզրակացություն անել համախմբի համապատասխան ցուցանիշի մասին:

1. ԿԱՆՈՆԱԿԱՆ ՍԽԱԼ

Ինչպես նշվեց 4 -րդ բաժնում համաձայն կենտրոնական սահմանային թեորեմի, երբ ընտրի ծավալը մեծ է 30-ից, անկախ դիտարկվող պատահական մեծության բաշխումից, նրա միջինը ունի նորմալ (բնականոն) բաշխում:

Բոլոր հնարավոր ընտրային միջինների միջինը հավասար է **համախմբի միջինին**, *իսկ ընտրային միջինների միջին քառակուսային շեղումը հայտնի է որպես* **կանոնական սխալ՝ (կանոնական շեղում)** ***SE*** *(նշանակվում է Standard Error բառերի սկզբնատառերով):*

Տարբերում են կանոնական սխալի հաշվարկման երկու դեպք՝

1. Համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է:
2. Համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է, դիցուք՝ հավասար է N-ի:

Առաջին դեպքում կանոնական սխալը հաշվարկվում է համախմբի միջին քառակուսային σ շեղման և ընտրի n ծավալի քառակուսի արմատի՝ $\sqrt{n}$ հարաբերությամբ.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad (1)$$

իսկ երկրորդ դեպքում՝

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}, \qquad (2)$$

որտեղից, N-ի մեծ արժեքների դեպքում, երբ $N-1 \approx N$ կստանանք՝

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{1-f} :$$

Այստեղ f= n/N-ը ցույց է տալիս համախմբից նմուշի համամասնությունը: Երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ աճում է՝ $N \to \infty$, ապա $f \to 0$ և (2)-րդ բանաձևից ստանում ենք (1)-ը:

Եթե համախմբի σ միջին քառակուսային շեղման արժեքն անհայտ է, ապա կանոնական սխալի որոշման համար օգտագործվում է նրա S գնահատականը՝ նմուշային միջին քառակուսային շեղումը: Այս դեպքում SE-ն որոշվում է՝

ա) երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է՝

$$SE = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}},$$

բ) երբ համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է՝

$$SE = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{1-f} :$$

Այսպիսով՝ համաձայն կենտրոնական սահմանային թեորեմի բավականաչափ մեծ ծավալի (n>30) նմուշի միջինը նորմալ է բաշխված համախմբի միջինով և միջին քառակուսային շեղումով, որի գնահատականն է կանոնական սխալը:

Օրինակ 1: Դիցուք՝ «Սյունիք » բանկի 5000 ավանդատուներից պատահականորեն ընտրված 150-ի հարցումից պարզվել է, որ նրանց ավանդի միջին մեծությունը կազմում է 50000 դրամ, իսկ ավանդների մեծության միջին քառակուսային շեղումը՝ σ = 6000 դրամ: Պահանջվում է որոշել բանկի բոլոր ավանդատուների ավանդների միջինը և կանոնական սխալը:

Լուծում:

Բանկի ավանդների իրական միջինը ընդունում ենք հավասար 50000 դրամի, իսկ նմուշային միջինի մշտակա SE շեղումը կորոշենք՝

$$SE = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} = \frac{6000}{\sqrt{150}}\sqrt{1-\frac{150}{5000}} = 482.4 \text{ (դրամ):}$$

Այսպիսով՝ բանկի ավանդատուների ավանդի միջինի մեծությունը հավասար է 50000 դրամի, իսկ նրա կանոնական սխալը՝ 482.4 դրամի:

2. ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆՆԵՐ

Գիտենալով ցուցանիշների նմուշային բաշխումները կարելի է գնահատել համախմբի ցուցանիշների արժեքները:

Տարբերում են **կետային** և **միջակայքային գնահատականներ**: Առաջին դեպքում համախմբի ցուցանիշի գնահատականը որոշվում է մեկ թվի օգնությամբ, որը կետ է թվային առանցքի վրա: Այս գնահատականը կարող է հաշվարկվել որոշակի սխալով` **գնահատման սխալով:** Որպես **գնահատման սխալի չափ** օգտագործվում է գնահատականի **կանոնական սխալը**:

Երկրորդ դեպքում որոշվում է այն **միջակայքը**, որը **տրված հավանականությամբ ընդգրկում է ցուցանիշի իրական արժեքը**: Այդ միջակայքի սահմանները որոշվում են նմուշի միջոցով և հետևաբար նրանք նույնպես պատահական մեծություններ են:

Վիճակագրական հետազոտության խնդիրը հաճախ հանգում է այնպիսի միջակայքի ստորին և վերին ծայրակետերի (սահմանների) որոշմանը, որը ցանկալի` 1-$\alpha$ հավանականությամբ պարունակում է K ցուցանիշի անհայտ արժեքը: Այսպիսի միջակայքը կոչվում է **վստահության միջակայք**, նրա ստորին` $K_ս$ և վերին` $K_վ$ սահմանները` **վստահության սահմաններ**, իսկ (1-α) հավանականությունը` **վստահության հավանականության մակարդակ** կամ **հուսալիության աստիճան**, $\alpha$-ն` **սխալի հավանականություն** կամ **նշանակալիության մակարդակ:**

$K_ս$ և $K_վ$ վստահության սահմանների մեծությունները որոշվում են այնպես, որ 1-α հավանականությամբ տեղի ունենա $K_ս < K < K_վ$ անհավասարությունը`

$$P\,(K_ս < K < K_վ) = 1\text{-}\alpha:$$

Այսպիսով` 1-$\alpha$ հավանականությամբ K ցուցանիշը մեծ է վստահության միջակայքի $K_ս$`ստորին սահմանից և փոքր է $K_վ$` վերին սահմանից:

Ցուցանիշի գնահատման ժամանակ 1-α վստահության հավանականության մակարդակը տրվում է նախապես, օրինակ` այն կարող է հավասար լինել 0,95-ի կամ 0,99-ի, իսկ $K_ս$ և $K_վ$ սահմանները որոշվում են նմուշից: Վստահելի հավանականության մակարդակը ցույց է տալիս, որ K ցուցանիշի գնահատման բազմակի կրկնության պայմաններում միջին հաշվով (1-α)·100% դեպքերում նրա արժեքը իսկապես կպատկանի վստահության միջակայքին:

Վստահության միջակայքի $\Delta = K_վ - K_ս$ **լայնքը** բնութագրում է գնահատականի ճշգրտությունը` որքան Δ-ն մեծ է, այնքան փոքր է գնահատման ճշգրտությունը: Մյուս կողմից որքան փոքր է Δ-ն, այնքան մեծ է գնահատման ճշգրտությունը, այսինքն հուսալիության աստիճանը կամ հուսալիությունը: Օրինակ, նմուշահանման արդյունքների վրա հիմնված «աշխատողների միջին ժամավարձը գտնվում է 255 և 295 դրամ/ժամում արժեքների միջև» վարկածի համար Δ = 40 դրամի հուսալիությունը ավելի փոքր է քան նմանատիպ վարկածի հուսալիությունը, որի վստահության միջակայքի լայնքը $\Delta = 50$ դրամի ($250 < K < 300$):

Այսպիսով՝ վստահության հավանականության մակարդակի մեծացումը կապված է վստահության միջակայքի լայնքի մեծացման կամ ճշգրտության փոքրացման հետ: Վստահության միջակայքի որոշման ժամանակ անհրաժեշտ է հաշվի առնել նշված երկու մեծությունների միջև կապը: Օրինակ, չի կարելի α-ն ընդունել հավասար զրոյի: Կախված հետազոտվող խնդրի պահանջներից դիտարկվում են **<u>երկկողմ</u>** կամ **<u>միակողմ</u>** վստահության միջակայքեր: Առաջին դեպքում վստահության միջակայքը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$K_{ս} < K < K_{վ}$$

(ցուցանիշի արժեքը գտնվում է $K_{ս}$ –ի և $K_{վ}$ –ի միջև):

Երկրորդ դեպքում՝

$$K < K_{ս} \text{ կամ } K > K_{վ}$$

(ցուցանիշի արժեքը փոքր է $K_{ս}$-ից, վստահության միջակայքը կոչվում է **<u>ձախակողմյան</u>**, կամ մեծ է $K_{վ}$-ից և վստահության միջակայքը կոչվում է **<u>աջակողմյան</u>**):

Համախմբի ցուցանիշների գնահատման համար նմուշային տվյալներն օգտագործելիս ցանկալի է, որ ստացված գնահատականները բավարարեն հետևյալ երեք պայմաններին ՝ *լինեն անշեղ, արդյունավետ և ունակ:*

Վիճակագրական գնահատականը կոչվում է **<u>անշեղ</u>**, *եթե նրա մաթեմատիկական սպասելին նմուշի ցանկացած ծավալի դեպքում հավասար է համախմբի գնահատվող ցուցանիշին:*

Վիճակագրական գնահատականը կոչվում է **<u>շեղված,</u>** եթե նրա մաթեմատիկական սպասելին հավասար չէ համախմբի գնահատվող ցուցանիշին:

Նշենք, որ անշեղությունը ցանկալի հատկություն է ցանկացած գնահատականի համար:

Գնահատականը համարվում է **<u>արդյունավետ</u>**, *եթե նմուշի սևեռած ծավալի դեպքում նա ունի հնարավոր ամենափոքր ցրվածքը:*

Այն գնահատականը, որը միաժամանակ և անշեղ է և ունի ամենափոքր ցրվածք կոչվում է **<u>լավագույն գնահատական</u>:**

Եթե նմուշի ծավալի անվերջ մեծացման դեպքում ($n \to \infty$) անշեղ գնահատականի ցրվածքը ձգտում է զրոյի, ապա գնահատականը կոչվում է ***<u>ունակ</u>**:*

3. ՄԻՋԻՆԻ ՎՍՏԱՀՈՒԹՅԱՆ ՄԻՋԱԿԱՅՔ

Դիցուք՝ n տարրերից կազմված նմուշի ($n>30$) միջինի օգնությամբ անհրաժեշտ է գնահատել համախմբի միջինը: Համաձայն կենտրոնական սահմանային թեորեմի միջինների նմուշային բաշխումը ունի համախմբի միջինին հավասար միջին արժեք, իսկ նրա միջին քառակուսային շեղումը՝ կանոնական սխալը, հավասար է $\sigma/\sqrt{n}$-ի, որտեղ σ-ն համախմբի միջին քառակուսային շեղումն է: Նմուշային հետազոտություններում սովորաբար σ-ի արժեքն անհայտ է: Դրա համար միջինի գնահատման ժամանակ օգտվում են σ-ի **գնահատականից**՝

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2}{n-1}} ,$$

որտեղ n-ը նմուշի ծավալն է, իսկ S-ը (n -1) բաժանարարի դեպքում նմուշային միջին քառակուսային շեղումն է և հանդիսանում է համախմբի σ միջին քառակուսային շեղման անշեղ գնահատականը:

Հայտնի է, որ նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծության արժեքները 0.95 հավանականությամբ պատկանում են $(\mu - 1.96\sigma, \mu + 1.96\sigma)$ միջակայքին, որտեղ μ-ն պատահական մեծության միջինն է, իսկ σ՝ միջին քառակուսային շեղումը: Հետևաբար կարելի է պնդել, որ բազմակի դիտարկումների դեպքում նմուշային միջինի արժեքը 0.95 հավանականությամբ կպատկանի

$$(\mu - 1.96SE, \mu + 1.96SE),$$

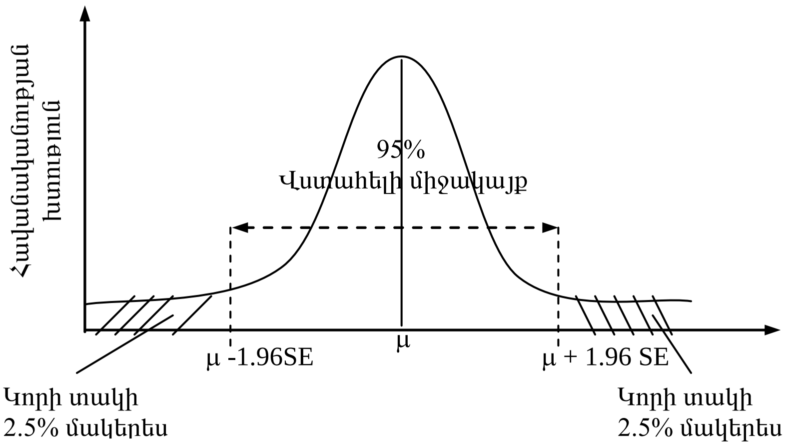
որտեղից առաջին դեպքում, երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է վստահության միջակայքի սահմանները կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$\mu \pm 1.96SE = \mu \pm 1.96\frac{S}{\sqrt{n}},$$

իսկ երկրորդ դեպքում, երբ տարրերի թիվը վերջավոր է սահմանները կլինեն՝

$$\mu \pm 1.96SE = \mu \pm 1.96\frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{1-f}\ :$$

Վստահելի միջակայքը առավել պատկերավոր կարելի է քննարկել ստորև բերված գծապատկերի օգնությամբ:



Գծ.1

Գծապատկերը ցույց է տալիս, որ դիտարկումների 95%-ի դեպքում նմուշի միջինը գտնվում է համախմբի միջինից ±1.96SE սահմաններում: Այս միջակայքը 95% վստահության հավանականության մակարդակի դեպքում հետևյալն է`

$$(\mu\text{-}1.96SE< \bar{x} <\mu+1.96SE:$$

Բանաձևի ձևափոխությունից կստանանք`

$$\bar{x}\text{-}1.96SE< \mu < \bar{x}+1.96SE:$$

Օրինակ 2: Դիցուք` Երևանի պետական համալսարանի տնտեսագիտության ֆակուլտետի դիմորդներից պատահականորեն ընտրված 100-ի մաթեմատիկա առարկայից ստացած միջին գնահատականը հավասար է 17.6 միավոր և ունի 2,1 միավոր միջին քառակուսային շեղում: Ինչի՞ է հավասար դիմորդների մաթեմատիկա առարկայից միջին գնահատականի 95% վստահության միջակայքը: Դրա համար հաշվենք դիմորդների միջին գնահատականի կանոնական սխալը`

$$SE = \frac{2{,}1}{\sqrt{100}} = 0.21:$$

Վստահության միջակայքը որոշվում է`

$$17.6 \text{ -}1.96\cdot 0.21< \mu< 17.6 +1.96\cdot 0.21,$$

կամ

$$17.6-0.412<\mu<17.6+0.412,$$

$$17.188<\mu<18.012,$$

իսկ վստահության հավանականությունը հավասար կլինի`

$$P(\bar{X}-(1.96\cdot 0.21)<\mu<\bar{X}+(1.96\cdot 0.21))=0.95,$$

$P(17.6-0.412<\mu<17.6+0.412)=0.95$, կամ $P(17.188<\mu<18.012)=0.95$:

Վստահության միջակայքի լայնքը հավասար է 18.012-17.188 = 0.824-ի:

Դիցուք` նմուշային միջինի սևեռված արժեքի և 95% վստահության հավանականության մակարդակի դեպքում անհրաժեշտ է փոքրացնել վստահության միջակայքի լայնքը: Վստահության միջակայքի որոշման բանաձևից հետևում է, որ դա կարելի է կատարել կանոնական սխալ փոքրացման միջոցով: Վերջինս ինչպես գիտենք կախված է S-ից` նմուշի միջին քառակուսային շեղումից և n-ից` նմուշի ծավալից: Հետևաբար, կանոնական սխալի փոքրացման համար պետք է մեծացնել նմուշի n ծավալը:

Դիցուք` դիտարկվող օրինակում նմուշի ծավալը չորս անգամ մեծացվել է և հավասար է 400-ի, իսկ նմուշի միջին քառակուսային շեղումը մնացել է անփոփոխ` 2.1: Այս դեպքում կանոնական սխալը հավասար կլինի`

$$SE=2.1/\sqrt{400}=2.1/20 = 0.105$$

իսկ վստահության միջակայքի համար կունենանք`

$$17.6 - 1.96 \cdot 0.105 < \mu < 17.6 + 1.96 \cdot 0.105,$$

կամ

$$17.6 - 0.206 < \mu < 17.6 + 0.206,$$

$$17.394 < \mu < 17.806 :$$

Այս դեպքում վստահության միջակայքի լայնքը հավասար կլինի 0.412-ի:

Այսպիսով, եթե հայտնի են համախմբի μ միջինը և SE կանոնական սխալը, ապա կարելի է որոշել միջինի գնահատականի վստահության միջակայքում գտնվելու հավանականությունը`

$$P(\overline{X} - U_{\alpha}SE < \mu < \overline{X} + U_{\alpha}SE) = 1 - \alpha,$$

որտեղ U_{α}-ն կոչվում է **վստահության գործակից**:

Նորմալ բաշխման աղյուսակից α-ի յուրաքանչյուր արժեքի համար կարելի է որոշել U_{α}-ի մեծությունը: Եթե α-ն բավականին փոքր է, ապա մեծ հավանականությամբ կարելի է պնդել, որ նմուշից ստացված գնահատականի միջինից առավելագույն շեղումը հավասար է $U_{\alpha}SE$-ի: $e = U_{\alpha}SE$ մեծությունը անվանում են 1-α հավանականությամբ ապահովվող նմուշի **սահմանային սխալ**:

Նորմալ բաշխման դեպքում գնահատականը միջինից շեղված է.

U_{α}=1-ի դեպքում` ոչ ավելի քան SE-ն` 1-α = 0.683 հավանականությամբ,

U_{α}=2-ի դեպքում` ոչ ավելի քան 2SE-ն` 1–α = 0.955 հավանականությամբ,

U_{α}=1.96-ի դեպքում` ոչ ավելի քան 1.96SE-ն` 1–α = 0.95 հավանականությամբ,

U_{α}=3-ի դեպքում` ոչ ավելի քան 3SE-ն` 1-α = 0.99 հավանականությամբ:

Օրինակ, վերը քննարկված բանկի ավանդատուների խնդրում α=0,045 սխալի հավանականության դեպքում, երբ U_{α}=2, բանկի ավանդատուների ավանդի միջին մեծության համար կստանանք հետևյալ վստահության միջակայքերը`

$$(50000 - 2\times482.4) < \mu < (50000 + 2\times482.4), \text{ կամ } 49035.2 < \mu < 50964.8 :$$

4. ՆՄՈՒՇԻ ԾԱՎԱԼԻ ՈՐՈՇՈՒՄ

Նմուշային հետազոտությունների պլանավորման ժամանակ կարևոր է ընտրել նմուշի այնպիսի ծավալ, որը թույլ կտա խուսափել.

- նմուշի մեծ ծավալով պայմանավորված և արդյունքների պահանջվող ճշտությամբ չհիմնավորված նմուշային հետազոտության նախապատրաստման և անցկացման անչափ մեծ ծախսերից,
- նմուշի փոքր ծավալով պայմանավորված և գործնական խնդիրներ լուծելու համար ոչ պիտանի գնահատականներ ստանալուց:

Նշենք, որ պատահական նմուշահանման եղանակով ստացված նմուշի օգնությամբ համախմբի միջինի գնահատման ժամանակ նմուշի n ծավալը հետազոտողին մատչելի գնահատականի ճշգրտության վրա ազդող կարևոր մեծություն է: Տեսնենք, թե ճշգրտության գնահատման տրված ցուցանիշի դեպքում ինչպես է որոշվում նմուշի n ծավալը:

Միջինի ճշգրտության գնահատման մի շարք ցուցանիշներից քննարկենք՝ միջինի SE կանոնական սպալը, որը ցույց է տալիս իրական արժեքից գնահատականի հնարավոր շեղման մեծությունը և (1-α) վստահության հավանականության մակարդակի դեպքում նմուշի e սահմանային շեղումը՝ $e = U_{\alpha}SE$, որը ցույց է տալիս α հավանականությամբ իրական արժեքից գնահատականի առավելագույն հնարավոր շեղման մեծությունը:

Ճշգրտության ցուցանիշի արժեքի տրման ժամանակ անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ նմուշի հաշվարկված ծավալը պետք է ապահովի պահանջվածից ոչ փոքր ճշգրտություն: Քանի որ նմուշի ծավալի աճը բերում է ճշգրտության մեծացման, ապա n-ի համար ստացված հաշվարկային արժեքը դիտարկվում է որպես նմուշի ծավալի ներքին սահման: Հասկանալի է, որ n-ի հաշվարկայինից մեծ ցանկացած արժեքը կապահովի ճշգրտության աստիճանի տրված պահանջը:

Դիցուք՝ հայտնի է համախմբի միջին քառակուսային շեղման արժեքը: Ինչպես գիտենք, միջինի SE կանոնական սխալը կորոշվի (1) կամ (2) բանաձևերով.

1. երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է՝

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad (1)$$

2. երբ համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է՝

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{1-f}: \qquad (2)$$

Եթե ճշգրտության պահանջը տրված է կանոնական սխալի արժեքի միջոցով, ապա այս բանաձևերից նմուշի n-ի ծավալի որոշման համար կստանանք՝

1. երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է՝

$$n = \left(\frac{\sigma}{SE}\right)^2,$$

2. երբ համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է՝

$$n = \frac{\sigma^2 N}{NSE^2 + \sigma^2} = \frac{N}{1 + \left(\frac{SE}{\sigma}\right)^2 N}:$$

Նմուշային հետազոտությունների պլանավորման ժամանակ հաճախ մեծ դժվարություններ են առաջանում համախմբի σ-ի արժեքի մասին ճշգրիտ տվյալների բացակայության պատճառով: Այս դեպքում համապատասխան բանաձևերում σ-ի փոխարեն տեղադրում են նրա գնահատականը կամ նրա արժեքի հնարավորին չափ հիմնավորված կանխատեսումը: σ-ի արժեքների նախնական գնահատման համար սովորաբար դիմում են հետևյալ միջոցներին.

- կանխավ կատարում են փոքր ծավալի (օրինակ՝ 20 տարրերից բաղկացած) փորձնական նմուշների միջին քառակուսային շեղման արժեքի հետազոտում,
- օգտագործում են միջին քառակուսային շեղման արժեքի նախորդ կամ նույնատիպ հետազոտություններից ստացված գնահատականները և այլն:

Միջին քառակուսային շեղման փոխարեն վերը նշված բանաձևերում տեղադրելով նմուշահանումից ստացված S միջին քառակուսային շեղումը կստանանք՝

1. երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է՝

$$n=\left(\frac{S}{SE}\right)^2,$$

2. երբ համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է՝

$$n=\frac{S^2N}{NSE^2+S^2}=\frac{N}{1+N\frac{SE^2}{S^2}}:$$

Վերջին բանաձևից երևում է, որ $N\to\infty$ դեպքում նմուշի n ծավալը ձգտում է սահմանին՝

$$n=\left(\frac{S}{SE}\right)^2:$$

Բերված բանաձևերից, երբ տրված է նմուշի սահմանային $e=U_\alpha SE$ սխալի մեծությունը անմիջականորեն կարելի է որոշել նմուշի ծավալը: Բանաձևերում SE կանոնական սխալի փոխարեն տեղադրելով նրա $SE=e/U_\alpha$ արժեքը, կստանանք՝

1. երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ մեծ է՝

$$n=\left(\frac{U_\alpha S}{e}\right)^2,$$

2. երբ համախմբի տարրերի թիվը վերջավոր է՝

$$n=\frac{U_\alpha^2S^2N}{Ne^2+U_\alpha^2S^2}=\frac{N}{1+N\frac{e^2}{U_\alpha^2S^2}}=:$$

Վերջին բանաձևից երևում է, որ $N\to\infty$ նմուշի n ծավալը ձգտում է սահմանին՝

$$n=\left(\frac{U_\alpha S}{e}\right)^2:$$

Եթե համախմբի ծավալը՝N-ը անհայտ է, ապա հաշվարկներում կարելի է օգտագործել N-ից ակնհայտորեն մեծ որևէ թիվ: Այս դեպքում ստացված n-ի արժեքը կբավարարի հետազոտվող գնահատականի ճշգրտության պահանջին:

Օրինակ 3: Քննարկենք, թե նախորդ բաժնում դիտարկված օրինակում ինչի պետք է հավասար լինի հարցվող ավանդատուների թիվը, որպեսզի միջին ավանդի գնահատականի սահմանային շեղումը կազմի 50 դրամ: Կենթադրենք, որ ավանդատուների ողջ համախմբի ավանդների σ միջին քառակուսային շեղման մեծությունը՝ $\sigma = 550$ դրամ, կանխավ հայտնի է: Խնդրի պայմանից հայտնի է, որ

$$1-\alpha = 0{,}955:$$

Նմուշի պահանջվող ծավալը, հարցման ենթարկված ավանդատուների քանակը, կորոշվի հետևյալ բանաձևից՝

$$n = \frac{5000}{1+\left(\frac{50}{2\cdot 550}\right)^2 \cdot 5000} \approx 443:$$

Այսպիսով, միջին ավանդի մեծության գնահատականների պահանջվող ճշգրտությունն ապահովելու համար անհրաժեշտ է հետազոտել 443 ավանդատուների, կամ բանկի ավանդատուների ընդհանուր թվի 8,8%-ի ավանդները: Ստացված նմուշի այդպիսի ծավալը պայմանավորված է գնահատականների պահանջվող մեծ ճշգրտությամբ:

Նշենք, որ վստահության միջակայքի լայնքը և հետևաբար գնահատականի ճշգրտությունը մնացած ցուցանիշների սևեռված արժեքների դեպքում կախված է միայն նմուշի **n** ծավալից: Եթե կանխավ հայտնի է SE կանոնական սխալի արժեքը, ապա ցուցանիշների գնահատականների պահանջվող ճշգրտությունն ապահովող նմուշի ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևից

$$n = \left(\frac{S}{SE}\right)^2:$$

Եթե գնահատականի ճշգրտության պահանջը տրված է նմուշի սահմանային սխալի միջոցով, ապա քանի որ $e=U_\alpha SE$-ի, նմուշի ծավալը կարող է որոշվել հետևյալ բանաձևից՝

$$n = \left(\frac{SU_\alpha}{e}\right)^2,$$

որտեղ՝

S-ը նմուշի միջին քառակուսային շեղումն է

U_α–ն վստահության գործակիցն է,

$e=U_\alpha SE$ նմուշի սահմանային սխալն է:

Նմուշային հետազոտությունների պլանավորման ժամանակ հիմնական դժվարությունները պայմանավորված են համախմբի S միջին քառակուսային շեղման արժեքի մասին ճշգրիտ տվյալների բացակայությամբ: Դրա համար հաշվարկային բանաձևերում օգտագործում են S մեծության տարբեր գնահատականները, կամ նրա հնարավորին չափ հիմնավորված կանխատեսումները:

5. ՎԱՐԿԱԾՆԵՐԻ ՍՏՈՒԳՈՒՄ

5.1 Վարկած

Ինչպես գիտենք, ընտրանքային վիճակագրական ցուցանիշների հայտնի նմուշային բաշխումների, նմուշի ծավալի և ցուցանիշների արժեքների դեպքում կարելի է կառուցել նրանց կետային գնահատականների վստահության միջակայքերը: Սակայն շատ հաճախ մենք կանխավ կարող ենք ունենալ համախմբի ցուցանիշների մեծության մասին միայն որոշակի կռահումներ կամ ենթադրություններ: Հետևաբար, մենք կարող ենք ստուգել մեր կռահումների, կամ ենթադրությունների ճշմարիտ լինելու մասին վարկածը: **<u>Վիճակագրական վարկածը</u>** համախմբի ցուցանիշի մեծության մասին որևէ պնդում է: Վարկածի ստուգումը կատարվում է երկու՝ **<u>զրոյական և այլընտրանքային վարկածների</u>**՝ ձևավորման միջոցով, այսինքն ձևակերպվում են երկու մրցակցող վարկածներ և ստուգվում է, թե նրանցից որն է ճշմարիտ:

<u>Զրոյական վարկածը</u>՝ նշանակվում է $\mathbf{H_o}$ (hypothesis բառի առաջին տառով) ենթադրություն է, որը համարվում է ճշմարիտ, քանի դեռ վիճակագրական տվյալների ստուգմամբ այն չի մերժվել:

<u>Այլընտրանքային վարկածը</u>, սովորաբար նշանակվում է H_1, պնդում է, որն ընդունվում է, և համարվում է ճշմարիտ, եթե վիճակագրական տվյալների ստուգմամբ զրոյական վարկածը մերժվում է:

Վարկածի ձևակերպումը կախված է հետազոտման նպատակից: Եթե ցանկանում ենք զրոյական վարկածը դիտարկել երկընտրանքային այլ վարկածների դեպքում, օրինակ, անհրաժեշտ է իմանալ համախմբի միջինի արժեքը հավասար է արդյոք μ_0-ի, թե՞ ոչ: Այս դեպքում համապատասխան վարկածները կձևակերպվեն հետևյալ կերպ՝

$$H_0: \mu=\mu_0,$$
$$H_1: \mu\neq\mu_0:$$

Իսկ եթե ցանկանում ենք իմանալ.

1. μ-ն գերազանցում է համախմբի μ_0 միջինի արժեքը,
2. μ-ն փոքր է համախմբի μ_0 միջինի արժեքից,
3. μ-ն ընդունում է μ_1 արժեքը,

ապա համապատասխան վարկածները կձևակերպվեն այսպես՝

1. $H_0: \mu=\mu_0$, $H_1: \mu>\mu_0$: 2. $H_0: \mu=\mu_0$, $H_1: \mu<\mu_0$: 3. $H_0: \mu=\mu_0$, $H_1: \mu=\mu_1$:

Վարկածի հիմնավորման կամ մերժման համար կատարվում է **<u>վիճակագրական ստուգում</u>**: Վիճակագրական ստուգումը իրականացվում է համախմբի ցուցանիշի մեծության վերաբերյալ ստուգվող վարկածն ընդունելու կամ մերժելու մասին որոշում կայացնելու նպատակով, որի համար օգտվում են նմուշի տվյալներով հաշվարկվող կանոնավորված վիճակագրական չափանիշներից:

5.2. Կրիտիկական տիրույթ

H_0 վարկածի ստուգման համար օգտվում են հատուկ ընտրված պատահական մեծությունից, որի բաշխումը վաղօրոք հայտնի է: Նման պատահական մեծությունը անվանում են H_0 վարկածի ստուգման վիճականի:

Համախմբի միջին արժեքի մասին վարկածի ստուգման համար օգտվում են հետևյալ Z վիճականուց՝

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} :$$

Եթե $H_0{:}\mu = \mu_0$ վարկածը ճշմարիտ է, ապա նմուշի բավականին մեծ ծավալի դեպքում Z վիճականին ունի նորմալ բաշխում $\mu_z = 0$ միջինով և $\sigma_z = 1$ միջին քառակուսային շեղումով:

Առաջարկված H_0 վարկածի ստուգման համար հաշվում են Z վիճականու հաշվարկային արժեքը՝ Z_h –ը, օրինակ, միջինի արժեքի մասին վարկածի ստուգման դեպքում, երբ հայտնի է σ-ի արժեքը, Z_h –ը որոշվում է՝

$$Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}},$$

որտեղ $\overline{X}$ -ը նմուշի միջինն է:

Նշենք, որ վիճականու բոլոր հնարավոր արժեքների բազմությունը բաղկացած է երկու չհատվող ենթաբազմություններից: Առաջինը ընդգրկում է վիճականու այն արժեքները, որոնց դեպքում H_0 վարկածը ճշմարիտ է և անվանում են **վարկածի ընդունման տիրույթ**: Երկրորդը ընդգրկում է այն արժեքները, որոնց դեպքում H_0-ն մերժվում է: Այս ենթաբազմությունը անվանում են **կրիտիկական տիրույթ**:

Վարկածի ստուգման կանոնը հետևյալն է.

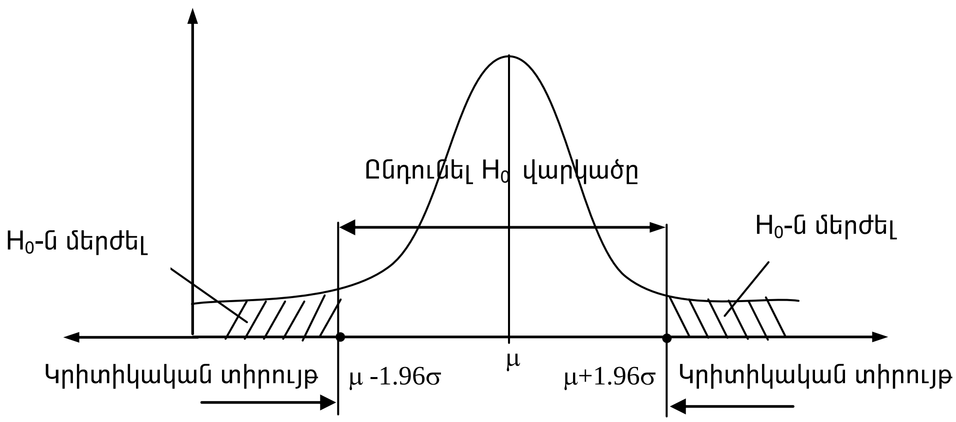
եթե Z_h–ը պատկանում է վարկածի ընդունման տիրույթին, ապա H_0-ն ընդունվում է:

եթե վիճականու հաշվարկված արժեքը՝ Z_h–ը, պատկանում է կրիտիկական տիրույթին, ապա H_0-ն մերժվում է,

Երկու տիրույթների բաժանման՝ $Z = Z_{կր1}$ և $Z = Z_{կր2}$ կետերը անվանվում են **կրիտիկական եզրեր**: Տարբերում են **միակողմ** և **երկկողմ** կրիտիկական տիրույթներ: Համապատասխանորեն կատարվում է H_0 վարկածի միակողմ և երկկողմ ստուգում: Միակողմ ստուգումն օգտագործվում է այն դեպքում, երբ կրիտիկական տիրույթն որոշվում է $Z > Z_{կր2}$ (աջակողմյան) կամ $Z < Z_{կր1}$ (ձախակողմյան) անհավասարություններով: Օրինակ, երբ անհրաժեշտ է իմանալ, թե արդյո՞ք համախմբի միջինը μ_0 ստուգվող արժեքից խիստ մեծ է (աջակողմյան ստուգում) կամ խիստ փոքր է (ձախակողմյան ստուգում):

Երկկողմ ստուգումը օգտագործվում է այն դեպքում, երբ կրիտիկական տիրույթն որոշվում է $Z_{կր1} < Z < Z_{կր2}$ անհավասարություններով: Օրինակ, կատարվում է երկկողմ ստուգում, երբ $H_0: \mu=\mu_0$ զրոյական վարկածի դեպքում այլընտրանքայինն է՝ $H_1: \mu \neq \mu_0$: Ստորև գծանկար 1-ում կրիտիկական տիրույթին համապատասխանում են նշագծված $(-\infty, \mu -1.96\sigma)$ և $(\mu +1.96\sigma, \infty)$ հատվածներից:

<u>**Վարկածի նշանակալիության մակարդակը**</u> H_o վարկածի ճշմարիտ լինելու պայմանի դեպքում Z-ի արժեքի կրիտիկական տիրույթում գտնվելու հավանականությունն է և ընդունվում է հավասար 0.05-ի կամ 0.01-ի (5%-ի կամ 1%-ի): Եթե նշանակալիության 5% մակարդակի դեպքում ստուգումը բերում է H_o վարկածի մերժմանը, ապա ասում են, որ Z-ի արժեքը <u>**նշանակալի**</u> է:



Գծ.2

2-րդ գծանկարում բերված է նաև 5% նշանակալիության մակարդակի դեպքում կրիտիկական տիրույթը, որը կազմված է μ–1.96σ կետից ձախ և μ+1.96σ կետից աջ գտնվող հատվածներից:

5.3 I և II սեռի սխալներ

Վարկածների ստուգման ժամանակ քննարկվում են հետևյալ երկու սեռի սխալները: Եթե H_0 (զրոյական) վարկածը մերժվում է, այն դեպքում, երբ իրականում նա պետք է ընդունվի, ապա նման շեղումը անվանում ե<u>ն **առաջին սեռի սխալ**</u>: Այս սխալի հավանականությունը՝ <u>**նշանակալիության մակարդակն**</u> **է:** Այսպիսով, եթե մենք վերցնում ենք ստուգման 5%-ոց նշանակալիության մակարդակ, ապա միաժամանակ ընդունում ենք, որ արտածումների 5%-ում կմերժենք H_o վարկածը, այն դեպքում, երբ փաստացիորեն նա պետք է ընդունվեր:

Երկրորդ սեռի շեղումը տեղի ունի այն դեպքում, երբ H_0 վարկածի փաստացի մերժման փոխարեն այն ընդունվում է: Առաջին և երկրորդ սեռերի սխալների միջև կապը կարելի է ներկայացնել հետևյալ աղյուսակի օգնությամբ:

		H_o վարկածը ճիշտ է	H_o վարկածը սխալ է
Որոշում	H_o վարկածը ընդունվել է	√	II սեռի սխալ
	H_o վարկածը մերժվել է	I սեռի սխալ	√

Աղյուսակի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ սխալ H_0 վարկածի դեպքում նրա ընդունման մասին որոշում կայացնելիս թույլ է տրվում II սեռի սխալ, իսկ ճշմարիտ H_0 վարկածի դեպքում նրա մերժման մասին որոշում կայացնելիս՝ I սեռի սխալ: I սեռի շեղումը համարվում է հիմնական սխալ և վարկածը ստուգելիս առաջին հերթին աշխատում են խուսափել դրանից: Այդպիսի սխալի հավանականության փոքրացման նպատակով ստուգման նշանակալիության մակարդակը սովորաբար ընդունում են հավասար 1% կամ 5%:

5.4 Համախմբի միջին արժեքի մասին վարկածի ստուգում: Միջինի երկկողմ ստուգում

Դիցուք՝ հայտնի է համախմբի σ միջին քառակուսային շեղումը և անհրաժեշտ է ստուգել համախմբի և նմուշի միջինների հավասար լինելու վարկածը: Դա ձևակերպվում է հետևյալ կերպ՝

$$H_0 : \mu = \mu_0,$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0,$$

որտեղ $H_0 : \mu = \mu_0$ զրոյական, իսկ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ այլընտրանքային վարկածներն են:

H_0 վարկածի ստուգման համար պետք է կատարել՝

1. Ընտրել ստուգման նշանակալիության α մակարդակը, որը սովորաբար ընդունվում է հավասար 1%, 5% կամ 10%-ի:
2. Z վիճականու աղյուսակից α նշանակալիության մակարդակի համար գտնել $Z_{կր}$ կրիտիկական արժեքները:
3. Հաշվել Z_h-ի արժեքը, որտեղ՝ $Z_h = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$:
4. Կիրառել վճիռների ընդունման հետևյալ կանոնը՝

ընդունել H_0 վարկածը, եթե ճշմարիտ են հետևյալ անհավասարությունները

$$-Z_{կր} \le Z_h \le Z_{կր} ,$$

հակառակ դեպքում՝ H_0 վարկածը մերժել:

Օրինակ, նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծության արժեքները 0.95 հավանականությամբ պատկանում է (μ_0 -1.96σ, μ_0+1.96σ) միջակայքին:

Հետևաբար 0.95 հավանականությամբ Z-ի արժեքը կպատկանի (-1.96,+1.96) միջակայքին:

Երբ համախմբի σ միջին քառակուսային շեղման արժեքն անհայտ է, ապա զրոյական վարկածի ստուգման համար երրորդ քայլում Z-ի արժեքը հաշվում են հետևյալ բանաձևով`

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}},$$

որտեղ S-ը σ-ի անշեղ գնահատականն է:

Օրինակ 4: Դիցուք` արժեթղթերի 36 դիտարկումներից հաշվարկված ամսական միջին եկամտաբերությունը` $\overline{X}$ = 3,2%, իսկ միջին քառակուսային շեղումը` S=1.2%: Արժեթղթերի ամսական միջին եկամտաբերությունը արդյո՞ք նշանակալի տարբերվում է $\mu_0$=3% կազմող արդյունաբերության միջին եկամտաբերությունից: Ընդունենք զրոյական վարկածը` արդյո՞ք $\mu=\mu_0$–ի, այլընտրանքայինը կլինի` H_1: $\mu \neq \mu_0$:

H_0 վարկածի ստուգման համար.

1. Ընտրենք α= 5% նշանակալիության մակարդակ:
2. Z վիճականու աղյուսակից α=5% համար գտնենք $Z_{կր}$ կրիտիկական արժեքները` -1,96 և 1,96 (տե՛ս հավելված 2):
3. Հաշվենք Z_h-ի արժեքը
$$Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{3.2-3}{1.2/\sqrt{36}} = \frac{0.2}{1.2/6} = 1:$$
4. Կիրառենք վճիռների ընդունման հետևյալ կանոնը`
ընդունել H_0 վարկածը, եթե ճշմարիտ են հետևյալ անհավասարությունները
$$-Z_{կր} \le Z_h \le Z_{կր},$$
հակառակ դեպքում` H_0 վարկածը մերժել:

Քանի, որ –1.96<1<1.96, ապա 5% նշանակալիության մակարդակով կարելի է եզրակացնել, որ $\overline{X}$= 3.2%-ը նշանակալի չի տարբերվում μ_0= 3%-ից: Այսպիսով $\overline{X}$= 3.2% և μ_0= 3% եկամտաբերությունների 0.2% տարբերությունը` զուտ պատահական է:

5.5 Միակողմ (աջակողմյան) ստուգում

Համախմբի μ միջինի տրված μ_0 արժեքին հավասար լինելու վարկածի ստուգման համար, երբ այլընտրանքային ընդունվում է $\mu>\mu_0$–ից վարկածը, կատարում են *աջակողմյան ստուգում*: Այս դեպքում H_0 և H_1 վարկածները ձևակերպվում են հետևյալ կերպ`

$$H_0: \mu=\mu_0,$$
$$H_1: \mu>\mu_0:$$

Դիտարկվող դեպքում օգտվում են վարկածի *միակողմ՝ աջակողմյան ստուգումից*: Կատարվում են 5.4-ում նշված 1-3 քայլերը, իսկ 4-րդ քայլը՝ վճիռ ընդունելու կանոնը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ՝

$$H_0 \text{ վարկածը ընդունել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \le Z_{կր},$$

$$H_0 \text{ վարկածը մերժել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > Z_{կր}:$$

Այս կանոնի դեպքում, եթե Z_h-ի արժեքը $Z_{կր}$ կրիտիկական արժեքից մեծ է, ապա H_0 վարկածը մերժվում է, հակառակ դեպքում՝ այն ընդունվում է:

Օրինակ 5: Դիցուք՝ 40 տարադրամի փոխանակման կետերի դիտարկումների տվյալներով հաշվարկված դոլարի միջին կուրսը հավասար է 550 դրամի, իսկ նրա միջին քառակուսային շեղումը՝ 5,2 դրամի: Ենթադրենք ստուգվում է դոլարի միջին կուրսը հավասար է 560 դրամի H_0 վարկածը, այլընտրանքային H_1 վարկածն է՝ միջին կուրսը մեծ է 560 դրամից: Այս դեպքում՝

$$Z_h = \frac{550 - 560}{5,2 / \sqrt{40}} = -12,15:$$

Քանի որ նմուշի ծավալը մեծ է 30-ից՝ 40 > 30-ից, ապա կարելի է ընդունել, որ նմուշի միջինը ունի նորմալ բաշխում: 5% նշանակալիության մակարդակի համար աջակողմյան ստուգման դեպքում $Z_{կր}$-ի արժեքը հավասար է 1,96-ի: Այսպիսով՝ -12,15< +1.96 և H_0 վարկածը ընդունվում է:

5. 6 Միակողմ (ձախակողմյան) ստուգում

μ-ն փոքր է μ_0-ից վարկածի դեպքում կատարվում է *ձախակողմյան ստուգում*: Այս դեպքում զրոյական H_0 և այլընտրանքային H_1 վարկածներն են՝

H_0: $\mu = \mu_0$,

H_1: $\mu < \mu_0$,

իսկ վարկածի ընդունման կամ մերժման կանոնն է՝

$$H_0 \text{ վարկածը ընդունել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \ge Z_{կր},$$

$$H_0 \text{ վարկածը մերժել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < Z_{կր}:$$

Ձախակողմյան կրիտիկական կետի արժեքը որոշվում է հետևյալ կերպ: Սկզբում որոշվում է աջ կրիտիկական կետի՝ $Z_{կր}$-ի արժեքը, այնուհետև ձախակողմյան կրիտիկական կետի արժեքը ընդունվում է հավասար - $Z_{կր}$:

Օրինակ 6: Ձեռնարկության պատահականորեն վերցված 100 աշխատողների համար հաշվարկված ամսական միջին աշխատավարձը և միջին քառակուսային շեղումը կազմել են համապատասխանորեն՝ 18700 և 4200 դրամ: Անհրաժեշտ է ստուգել ձեռնարկության աշխատողների ամսական միջին աշխատավարձի 20000 դրամին հավասար լինելու H_0 վարկածը, այլընտրանքային H_1՝ միջին աշխատավարձը փոքր է 20000 դրամից:

Օգտվենք ձախակողմյան ստուգումից՝ կատարենք վերը նշված 1-3 քայլերը, իսկ 4-րդ քայլը՝ վճիռ ընդունելու կանոնը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ՝

$$H_0 \text{ վարկածը ընդունել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \geq Z_{կր},$$

$$H_0 \text{ վարկածը մերժել, եթե } Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < Z_{կր}:$$

Հաշվենք Z_h-ը՝

$$Z_h = \frac{18700 - 20000}{4200 / \sqrt{100}} = -3{,}09:$$

α= 10% նշանակալիության մակարդակի դեպքում $Z_{կր}$= -1.64: Հետևաբար $Z_h < Z_{կր}$ (-3.09< -1.64): Հետևաբար 10% նշանակալիության մակարդակի դեպքում H_0 վարկածը մերժվում է:

6. ՀԱՄԱՄԱՍՆՈՒԹՅԱՆ ՆՄՈՒՇԱՀԱՆՈՒՄ

Գործնական խնդիրներում ընտրանքային համախմբի տարրերի մի մասի հետազոտման միջոցով, հաճախ անհրաժեշտ է լինում որոշել որևէ հայտանիշն ունեցող համախմբի տարրերի մասը՝ համամասնությունը: Օրինակ, ձեռնարկության հաշվեստուգման /աուդիտի/ ժամանակ անհրաժեշտ է լինում գնահատել որևէ ժամանակահատվածում ձեռնարկության ֆինանսական գործարքների համախմբում կանխիկ գործարքների մասը: Խորհրդարանային ընտրություններում կուսակցությունները ընտրողների շրջանում նախնական հարցումներ են անցկացնում պարզելու համար ընտրողների մեջ իրենց ծրագրերի համակրողների մասը: Շուկայի պահանջարկի հետազոտման խնդիրներում հաճախ անհրաժեշտ է լինում գնահատել սպառողների շրջանում որոշակի ապրանքի գնորդների կամ ծառայությունից օգտվողների մասը: Նման վիճակագրական հետազոտումը կոչվում է **<u>հայտանիշի որոշման</u>** կամ **<u>համամասնության նմուշահանում</u>**:

Դիցուք՝ հետազոտվող համախումբը կազմված է *N* տարրերից, որոնցից N_l-ը բնութագրվում են որոշակի հայտանիշով: Վերևում դիտարկված օրինակներում ֆինանսական գործարքների համախմբի, ընտրողների, սպառողների բազմության տարրերի քանակը *N է,* իսկ N_l-ը՝ կանխիկ գործարքների, տվյալ կուսակցության ծրագրերին համակրողների, որոշակի ապրանքի գնորդների կամ ծառայությունից օգտվողների քանակն է: Դիտարկվող համախմբում որոշակի հայտանիշ ունեցող տարրերի P մասը՝ **<u>համամասնությունը</u>**, կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով՝

$$P = N_l/N, \ 0 \leq P \leq 1:$$

Կիրառություններում հաճախ համախմբի որոշակի հայտանիշ ունեցող տարրերի P մասը՝ համամասնությունը, տրվում է նաև տոկոսներով՝ $P \cdot 100\%$:

Օրինակ 7: Դիցուք՝ հաշվապահական ուսուցման միջազգային կենտրոնի $N = 250$ ունկնդիրներից N_1=150-ը հաշվապահություն առարկայից քննությունները հանձնել է գերազանց, ապա $P = 150/250=0{,}6$, կամ $P \cdot 100\% = 60\%$:

Սահմանումից հետևում է, որ P-ն համախմբի ցանկացած տարրի տվյալ հայտանիշը կրելու հավանականությունն է: Համախմբի P-ի որոշման համար անհրաժեշտ է հետազոտել նրա բոլոր տարրերը, ինչը կապված է մեծ ծախսերի և բարդությունների հետ, իսկ հաճախ նույնիսկ անհնար է: Եթե կատարվում է n ծավալի ընտրահանում, որի n_1 տարրերը կրում են որոշակի հայտանիշ, ապա p համամասնությունը կամ համամասնության տոկոսը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով համապատասխանորեն՝ $p = n_1/n$, $0 \le p \le 1$ կամ $p \cdot 100\%$ և կոչվում են ընտրային համամասնություն: Պարզ է, որ p -ն և n_1 -ը պատահական մեծություններ են:

Նշենք, որ ընտրահանմամբ որոշված p-ն համախմբի P-ի համար հանդիսանում է անշեղ, ունակ և արդյունավետ գնահատական: P-ի գնահատման ճշգրտության բնութագրման համար անհրաժեշտ է որոշել նրա p գնահատականի կանոնական սխալը: Հավանականության տեսությունից հայտնի է, որ p-ի միջինը՝ E(p)-ն և կանոնական սխալը՝ SE -ն որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$P = E(p), \quad SE = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} :$$

Եթե համախմբի ծավալը բավականին մեծ է՝ $N-1 \approx N$, ապա կստանանք՝

$$SE = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\sqrt{1-f}, \qquad (*)$$

որտեղ $f = \dfrac{n}{N}$ - ի ցույց է տալիս համախմբից ընտրահանման համամասնությունը: Երբ համախմբի տարրերի թիվն անվերջ աճում է՝ $N \to \infty$, ապա $f \to 0$ և (*) բանաձևից ստանում ենք երկանդամ բաշխման կանոնական սխալի բանաձևը՝

$$SE = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} : \qquad (**)$$

Այսպիսով, համախմբի որոշակի հայտանիշ ունեցող մասի՝ P համամասնության գնահատման արդյունքը կարելի է ներկայացնել նրա p գնահատականի և կանոնական սխալ միջոցով՝

$$p - SE < P < p + SE:$$

Ինչպես երևում է (*) բանաձևից SE կանոնական սխալը կախված է ՝

1. $f = n/N$ - ընտրահանման համամասնությունից,
2. n - ընտրի ծավալից,

3. P - համախմբի համամասնությունից:

$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \sqrt{1-f}$ -ը կոչվում է **<u>ուղղման գործակից</u>** և բավարարում է

$$0 \le \sqrt{1-\frac{n}{N}} = \sqrt{1-f} \le 1$$

պայմանին: f-ի փոքր արժեքների դեպքում (մեծ N -երի կամ տարրերի դարձով ընտրման ժամանակ) SE կանոնական սխալը որոշվում է (**) բանաձևով: Գնահատականի կանոնական սխալը կախված է նաև P (1-P) արտադրյալից: Քանի, որ հետազոտման սկզբում P-ի արժեքը հայտնի չէ, ապա նրան փոխարինում են նմուշային հետազոտումից ստացված p գնահատականով: Եթե n≥30, ապա p գնահատականը ունի P միջինով և SE կանոնական սխալով նորմալ բաշխում:

Համախմբի միջինի գնահատման նմանությամբ կառուցվում է P համամասնության (1-α) վստահության հավանականությամբ վստահության միջակայքը՝

$$p - U_\alpha SE < P < p + U_\alpha SE :$$

Օրինակ 8: Ներմուծվող համակարգիչների որակի գնահատման համար «NAVAK» ձեռնարկությունը ստուգեց պահեստում գտնվող 1000 համակարգիչներից պատահականորեն վերցված 80-ի աշխատանքը: Ստուգման արդյունքում պարզվեց, որ համակարգիչներից 10-ը խոտան են: Անհրաժեշտ է գնահատել պահեստում գտնվող խոտան համակարգիչների մասի 99% վստահության միջակայքը:

Լուծում:

Սկզբում որոշենք նմուշի *p* համամասնության արժեքը՝

p=10/80=0.125 կամ 12.5%:

SE կանոնական սխալը որոշվում է հետևյալ բանաձևից՝

$$SE = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{0{,}125\cdot(1-0{,}125)}{80}}\sqrt{\frac{1000-80}{1000-1}} = 0{,}035:$$

99% վստահության հավանականության դեպքում նորմալ բաշխման աղյուսակից u_α -ի համար կստանանք՝ U_α =2.58: Հետևաբար P համամասնության վստահության միջակայքը կորոշվի հետևյալ բանաձևով՝

$$p - U_\alpha\sigma < P < p + U_\alpha\sigma \quad ,$$

$$0.125 - 2.58\cdot 0.035 < P < 0.125 + 2.58\cdot 0.035,$$

$$0.0347 < P < 0.1453:$$

SE կանոնական սխալի, P-ի և համախմբի տարրերի N թվի տրված արժեքների դեպքում նմուշի n ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$n = \frac{P(1-P)N}{SE^2(N-1)+P(1-P)}:$$

Եթե գնահատականի ճշգրտության աստիճանի պահանջը տրվում է նմուշի e սահմանային սխալի միջոցով, ապա նմուշի n ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևից՝

$$n = \frac{U_\alpha^2 P(1-P)N}{e^2(N-1)+U_\alpha^2 P(1-P)} \approx \frac{N}{1+\frac{Ne^2}{U_\alpha^2 P(1-P)}}:$$

Եթե համախմբի տարրերի թիվը վաղօրոք հայտնի չէ կամ շատ մեծ է՝ $N \to \infty$, ապա SE-ի տրված արժեքի դեպքում նմուշի n ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$n = \frac{P(1-P)}{SE^2}:$$

Եթե տրված են e սահմանային սխալի և $(1-\alpha)$ վստահության հավանականության արժեքները, ապա նմուշի n ծավալը որոշվում է հետևյալ բանաձևից՝

$$n = \frac{U_\alpha^2 P(1-P)}{e^2}:$$

Նմուշի n ծավալի որոշման բանաձևերում օգտագործվում է $P\cdot(1-P)$ արտադրյալը: Եթե P-ի իրական արժեքը հայտնի չէ, բայց կան նույն համախմբի նախորդ հետազոտումներից կամ նույնատիպ համախմբերի համար ստացված P-ի գնահատականը, ապա համապատասխան բանաձևում կարող են օգտագործվել նրա արժեքը: Եթե P-ի հնարավոր արժեքի մասին որևէ տվյալներ չկան, ապա համապատասխան բանաձևերում պետք է տեղադրել $P = 0.5$: Այս դեպքում P-ի ցանկացած արժեքի համար նմուշային հետազոտումը ապահովում է պահանջվածից ոչ պակաս ճշգրտություն:

Օրինակ 9: «Զբաղվածության կենտրոնը» հարցման միջոցով պետք է որոշի համալսարանական կրթությամբ երիտասարդների շրջանում (N=10000) հետազոտման պահին գործազուրկների մասը: Նմուշի սահմանային շեղումը վստահության $1-\alpha = 0.955$ հավանականությամբ չպետք է գերազանցի 0.01 արժեքը: Հետազոտման ժամանակ ընդունենք, որ գործազուրկների իրական մասը՝ $P = 0.2$:

Գտնել նման հետազոտման համար անհրաժեշտ նմուշի ծավալը:

Լուծում:

Նորմալ բաշխման աղյուսակից $1-\alpha = 0.95$ վստահության հավանականության համար $U_\alpha = 2$-ի: Այնուհետև նմուշի ծավալի որոշման բանաձևից կստանանք՝

$$n=\frac{N}{1+\dfrac{Ne^2}{U_\alpha^2P(1-P)}}=\frac{10000}{1+\dfrac{10000\cdot 0{,}01^2}{4\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8}}=3901:$$

Նմուշահանման համամասնության f գործակիցը հավասար է

$$f=\frac{3901}{10000}=0{,}3901 \text{ կամ` } 39.01\%:$$

Եթե համախմբի ծավալը` N-ը հաշվի չառնենք, ապա նմուշի n ծավալը կլինի`

$$n=\frac{u_p^2P(1-P)}{e_p^2}=\frac{4\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8}{0{,}0001}=6400:$$

Համախմբի N ծավալի հաշվի չառնելու դեպքում գնահատականի տրված ճշգրտության բավարարման համար ստացվում է նմուշի ծավալի անհամեմատ ավելի մեծ (մեր օրինակում` 6400) և գործնականում չկիրառվող արժեք:

Օրինակ 10: Որոշենք, թե 8-րդ օրինակում ինչպիսի ծավալի նմուշ պետք է վերցնել, որպեսզի «NAVAK» ֆիրման 95% հուսալիությամբ կարողանա համոզված լինել, որ պահեստում գտնվող համակարգիչների համախմբում խոտանի տոկոսը հաշվարկված է ոչ ավել քան 2% ճշգրտությամբ:

Լուծում:

Դրա համար անհրաժեշտ է վերցնել

$$1.96SE_p=0.02:$$

Հայտնի է, որ համախմբում խոտանի մասը կազմում է 12.5 %, հետևաբար`

$$n=\frac{N}{1+\dfrac{Ne^2}{U_\alpha^2P(1-P)}}=\frac{1000}{1+\left(\dfrac{0{,}02}{1{,}96}\right)^2\dfrac{1000}{0{,}125\cdot 0{,}875}}\approx 518:$$

Նշենք, որ եթե հաշվի չառնենք համախմբի ծավալը, ապա տրված ճշգրտությունն ապահովող նմուշի ծավալը հավասար է`

$$n=\frac{U_\alpha^2P(1-P)}{e^2}=\frac{1{,}96^2\cdot 0{,}125\cdot 0{,}875}{0{,}02^2}=1020:$$

Այսինքն, այս դեպքում տրված ճշգրտությունն ապահովող նմուշի ծավալը գերազանցում է համախմբի տարրերի թիվը, որն իհարկե անհեթեթ է:

Օրինակ 11: Համալսարանի ուսանողների և դասախոսների դասաժամերի բեռնվածության թեթևացման, ինչպես նաև ուսանողների գիտելիքների գնահատման անկողմնակալության ապահովման նպատակով որոշում է ընդունվում անցկացնել միջանկյալ քննություններ: Երկու խմբերի 45 ուսանողների առաջադիմության հետազոտումը ցույց տվեց, որ նրանց 50%-ը քննությունները հանձնել են լավ և գերազանց գնահատականներով: Նախկին քննական կարգի դեպքում այդ ցուցանիշը կազմում էր 40%: Հիմք կա՞ արդյոք պնդելու, որ առաջադիմության աճը պայմանավորված է նոր քննական համակարգով:

Վարկածի ստուգումը կատարենք նշանակալիության 5% մակարդակի դեպքում:

Լուծում:

Նշենք, որ դիտարկվող դեպքում վարկածների գնահատումը կատարվում է միջինի գնահատման նմանությամբ: Ենթադրենք, որ նախկին 40%-ի համեմատությամբ նոր քննական համակարգի դեպքում առաջադիմության աճ չի եղել: Այս դեպքում զրոյական վարկածը կձևակերպվի հետևյալ կերպ՝

$$H_0: P = 0.4,$$

իսկ այլընտրանքային վարկածը

$$H_1: P > 0.4:$$

Վարկածի ստուգման համար որոշենք կանոնական սխալը՝

$$SE = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{45}} = 0,073,$$

որտեղ՝ n-ը նմուշի ծավալն է՝ n= 45, իսկ P = 0.4:

Որոշենք կանոնավորված Z փոփոխականի արժեքը՝

$$Z = \frac{p-P}{SE} = \frac{0,5-0,4}{0,073} = 1,37\ :$$

Նորմալ բաշխման աղյուսակից 5% նշանակալիության մակարդակի համար Z=1,96: Քանի որ 1,96 > 1,37, ապա ընդունվում է զրոյական վարկածը, այսինքն նոր քննական համակարգը առաջադիմության էական աճ չի բերել:

7. ՍՏՈՒԳՈՂԱԿԱՆ ՀԱՐՑԵՐ

1. Ի՞նչ է վիճակագրական գնահատականը:
2. Ի՞նչ է վստահության միջակայքը:
3. Ի՞նչ է բնութագրում վստահության գործակիցը:
4. Ինչպե՞ս են սահմանվում անշեղ, արդյունավետ և ունակ գնահատականները:
5. Ինչպե՞ս են որոշում նմուշի ծավալը:
6. Ինչպե՞ս են ստուգում վարկածները:
8. Որո՞նք են I և II սեռի սխալները:
9. Ո՞րն է համամասնության նմուշահանումը: